Capítulo 2 - Interés y Valor del Dinero en el Tiempo

El dinero es un bien que tiene la particularidad de que sólo sirve para cuantificar el valor de las mercancías. De allí que el cobro de intereses es una injusticia.
Aristóteles (384-322 a.C.)
Filósofo griego

Cobrar intereses es como vender el tiempo y éste es propiedad de Dios.
Santo Tomás de Aquino (1225-1274)
Filósofo dominico y teólogo italiano

Introducción

Comenzaremos con algunas "premisas" (que luego aplicaremos) para entender los conceptos financieros integrantes de la evaluación económica.

Premisa 1

El valor del dinero en el tiempo: un peso recibido hoy tiene más valor que un peso recibido en el futuro.

Premisa 2

El equilibrio entre riesgo y rentabilidad: no asumiremos un riesgo adicional a menos que seamos recompensados con una rentabilidad adicional.

Premisa 3

Todo el riesgo no es idéntico: parte puede diversificarse y parte no.

Premisa 4

La tesorería (y no los beneficios) es la que importa.

En la mayoría de los libros de análisis y diseño de sistemas de información encontraremos un paso en el proceso de desarrollo de un sistema que es el estudio de factibilidad económica, que, en los tiempos en que vivimos, es un paso imposible de pasar por alto.

También, podemos encontrar varias referencias sobre el concepto de la **relación de costo–beneficio (RCB)**, entendido como la relación entre los ingresos (o beneficios) generados por el sistema contra los egresos (o costos) erogados para el desarrollo del proyecto.

A partir del total de los ingresos (It) y el total de los costos (Ct) podremos establecer la relación que queramos, con la finalidad de saber si la cantidad de ingresos obtenidos supera a los costos.

$$It = \sum_{i=1}^{n} Ii$$

$$Ct = \sum_{i=1}^{n} Ci$$

Si planteamos que **RCB = It – Ct**, exigiremos que sea RCB > 0.

También, podemos indicarlo a través del ratio RCB = It / Ct, pidiendo que sea >1 y así, poder establecer otras relaciones, tantas como nuestra creatividad lo permita.

Hasta este momento, no se habló de tiempos de erogación de los gastos o de percepción de los ingresos, por lo cual si se dan ambos en un mismo momento, sería correcto utilizar el RCB, ya que la postergación de pagos o la percepción de los ingresos diferidos en el tiempo nos obliga a tomar contacto con la premisa 1 de la introducción.

"Un peso recibido hoy tiene más valor que un peso recibido en el futuro".

Esta premisa se relaciona con el valor del dinero en función del tiempo, dado que podemos percibir intereses sobre el dinero recibido hoy, siendo mejor recibir dinero antes que después.

Desde el punto de vista económico, sería sacrificar consumo hoy para tener más posibilidades de consumo futuro, denominándose **costo de oportunidad**.

Al tener beneficios y costos a lo largo del tiempo, los deberemos afectar al costo del dinero para que la evaluación costo beneficio contemple los efectos financieros en la generación de riqueza.

Por "costo de oportunidad" se entiende el ingreso que se deja de recibir por el empleo de un recurso en un campo frente a empleos alternativos. En otras palabras, si existen dos oportunidades de inversión que llamaremos A y B, e invertimos en A, el costo de oportunidad de la presente inversión estará determinado por los ingresos que dejamos de recibir por no haber invertido en B. Como resultará obvio, se trata de un concepto sumamente subjetivo y difícil de medir, aunque no imposible. En el caso de los fondos líquidos el costo de oportunidad suele medirse en términos de la tasa de interés vigente en los diversos mercados financieros para los diversos tipos de operaciones (que varían fundamentalmente en razón del plazo y el riesgo).[1]

[1] Domingo Messuti – Finanzas de la empresa

Sócrates sostenía que todas las virtudes se reducían a una sola: el conocimiento. Esto viene de la idea que las personas nunca escogen voluntariamente la alternativa inferior. Y daba un ejemplo: si se ofrece a alguien elegir entre dos higos y un higo, elegiría dos higos. Por lo tanto siempre aspiramos a lo mejor. Ahora bien, Sócrates tenía en cuenta que las personas a veces prefieren un bien menor que pueda obtenerse de inmediato antes que un bien mayor que requeriría esperar. Y concluía que esto se debía por un error de perspectiva, un niño podría seleccionar un higo hoy antes que dos mañana, porque un higo le parece ahora el bien más grande. Las personas que maduran acaban por elegir el bien mayor, los dos higos, y esto era según Sócrates es que habían adquirido la virtud de la estrategia y la paciencia, agrego, con autorización de Sócrates, estaban adquiriendo el concepto del valor a través del tiempo, nuestra premisa 1.

Para entender dicha premisa 1, introduciremos algunos conceptos de interés, tasa y capital.

Interés: se denomina al beneficio que recibe una de las partes por haber dado en préstamo a la otra una determinada suma de dinero, durante un cierto tiempo.

En la antigüedad se solía utilizar el concepto de interés simple, dado que, se consideraba usura el cobrar interés sobre el interés. [2]

El interés simple es el pagado (ganado) sólo sobre la cantidad original o principal que se pidió prestada (prestó).

El **interés simple** (IS) estaba dado por la aplicación de la tasa de interés (i) sobre el capital inicial (C0) para un período de tiempo (t).

El interés que se recibe por un capital de $100 en cada período de tiempo recibe el nombre de razón o tanto por ciento.

Si el capital es de $1, el interés de ese peso, en un período se llama tasa de interés

$$\text{Tal que } I_S = \frac{R * T}{100 * ut}$$

R = Razón
T = tiempo
ut = unidad de tiempo

$i = R/100$

$$n = T/ut$$

[2] El anatocismo es una institución jurídica cuya raíz etimológica deriva de griego aná, reiteración y tokimos, dar interés. Se refiere al cobre de intereses sobre intereses.
Nuestro Código Civil en su artículo 623 establecía originariamente la prohibición de cobrar intereses sobre intereses pero en abril de 1991 la Ley 23928 (Ley de Convertibilidad) modificó al citado artículo y faculta su cobro por acuerdo entre las partes.

$$I_S = i * n$$

$$C_1 = C_0 * I_S = C_0 * i * n$$

$$C_n = C_0 * (1 + (i * n)) \qquad (2.1)$$

Donde C_0 es el capital inicial o principal, i la tasa de interés, n el período de tiempo y C_n el capital en el momento n.

En la actualidad, es impensable que no se cobre intereses sobre el interés; para ello, se utiliza el concepto de **capital compuesto** donde, el interés pagado (ganado) sobre un préstamo o una inversión se añade periódicamente al capital de inicio (principal).

$$C_1 = C_0 + C_0 * i \qquad \text{o} \qquad C_1 = C_0 * (1+ i) \qquad (2.2)$$

Donde C_1 es el capital en el momento 1 (mes, bimestre, semestre, año, momento de tiempo), C_0 es el capital inicial o principal e "i" es la tasa de interés aplicada sobre el principal (¡¡¡ojo!!!, en la misma unidad de tiempo que los momentos, ej.: si llevo a meses aplico una tasa mensual).

Si vamos al momento 2 tendremos,

$$C_2 = C_1 + (C_1 * i) \qquad \text{ó} \qquad C_2 = C_1 * (1 + i) \qquad (2.3)$$

Si reemplazamos (2.2) en (2.3) nos queda.

$$C_2 = C_0 * (1+ i) * (1+ i) \qquad \text{ó} \qquad C_2 = C_0 * (1 + i)^2 \qquad (2.4)$$

Lo mismo, si queremos obtener el capital en el momento 3.

$$C_3 = C_2 + C_2 * (1 + i) \qquad \text{ó} \qquad C_3 = C_0 * (1 + i)^3 \qquad (2.5)$$

Así, continuamos con el mismo criterio hasta obtener el capital en el momento n.

$$\boxed{C_n = C_0 * (1 + i)^n} \qquad (2.6)$$

Para ver la diferencia real entre capital simple y capital compuesto desarrollaremos un ejemplo para diferentes períodos:

Ejercicio 2.1

Sobre un principal o capital inicial de $100 con una tasa del 10% veremos que la diferencia se empieza a notar a partir del período "15" donde se dispara el interés compuesto respecto del simple.

Respuesta:

Monto: $100 Interés: 0,1

Período	Interés Simple	Interés compuesto
1	$ 110	$ 110
2	$ 120	$ 121
3	$ 130	$ 133.10
4	$ 140	$ 146.41
5	$ 150	$ 161.05
10	$ 200	$ 259.37
15	$ 250	$ 417.72
20	$ 300	$ 672.75
25	$ 350	$ 1083.47
50	$ 600	$ 11739.09

Tabla 2.1

Este interés sobre interés, o efecto de acumulación, es el que ocasiona la diferencia entre el interés simple y el compuesto.

Es importante resaltar que el interés simple no capitaliza el interés, diferencia principal con el compuesto, que sí lo hace a partir de su factor de acumulación $(1+ i)^n$.

El **monto del interés simple** se representa por una ecuación lineal $M = (C_0 * I * n) + C_0$, con crecimiento aritmético, mientras que, el **monto en el interés compuesto** será $M = C_0 * (1+ i)^n$ que corresponde a una expresión exponencial que crece en razón geométrica.

Otra consideración muy importante estará dada por el **período de capitalización** del interés que es el tiempo en el cual el interés formará parte del capital para generar mayores intereses.

Para ver mas claro el ejemplo anterior, en el gráfico 2.1 observamos como se produce la diferencia utilizando interés simple e interés compuesto.

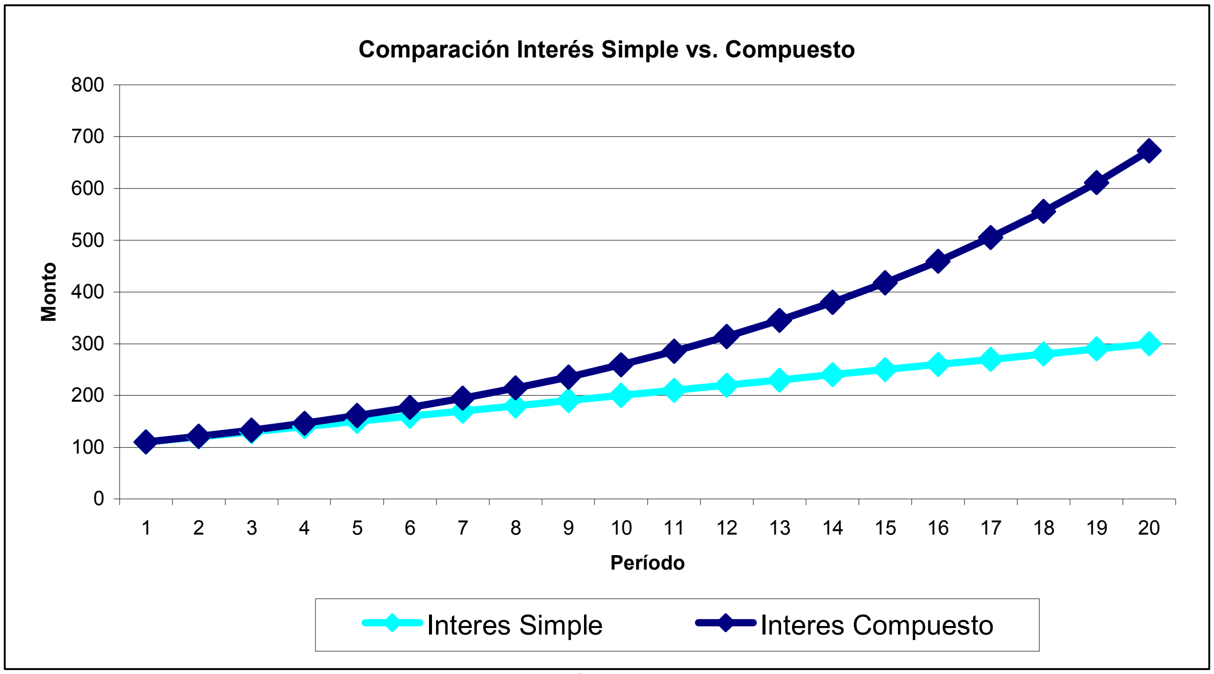

Gráfico 2.1

Ahora veremos cómo el concepto de interés compuesto puede utilizarse para resolver una gran variedad de problemas de finanzas. En el caso del rendimiento del Interés Simple el rendimiento es una magnitud decreciente y por lo tanto no puede ser utilizado como patrón de medida.
En el Interés Compuesto el rendimiento es constante, por lo tanto sirve como patrón ya que se presenta como una unidad de medida fija.

A partir de la generalización del cálculo del capital en el momento n, podremos llegar a obtener cualquier Valor Futuro (VF) dado un Valor Presente (VP).

Valor Futuro

Definimos Valor Futuro como el valor en algún tiempo futuro de una cantidad presente de dinero, o una serie de pagos, evaluados a una tasa de interés dada.

$$VF = VP*(1+ i)^n \qquad (2.7)$$

De (2.7) llamaremos factor de interés del valor futuro o FIVF a:

$$FIVF = (1+ i)^n \qquad (2.8)$$

Por lo cual, al aplicarle el FIVF a cualquier valor presente se obtiene el correspondiente valor futuro para una tasa y para un período de tiempo determinado.

De la misma manera, podemos obtener el valor presente del dinero respecto de un valor futuro dado.

Si despejamos de (2.7) el VP nos queda,

$$VP = VF / (1+ i)^n \qquad (2.9)$$

Mediante las siguientes fórmulas en una hoja de cálculo Microsoft Excel [R] se podrán obtener:

Valor futuro	VF(tasa, nper, pago, VP, tipo)
Valor presente	VP(tasa, nper, pago, VF, tipo)
Número de períodos	NPER(tasa, pago, VP, VF, tipo)

Tasa: la tasa de descuento
Nper: número de períodos
Pago: Es el valor de los pagos, para nuestro caso donde no hay pagos, se debe colocar 0.
VF: Valor futuro
VP: Valor presente
Tipo: 0 si son pagos vencidos, 1 si son pagos adelantados.

Para el caso de utilizar VF o VP se utilizará tipo=0 y pagos=0. Además deberá usar signo negativo en el VP o en el VF. (Ver gráfico 2.2)

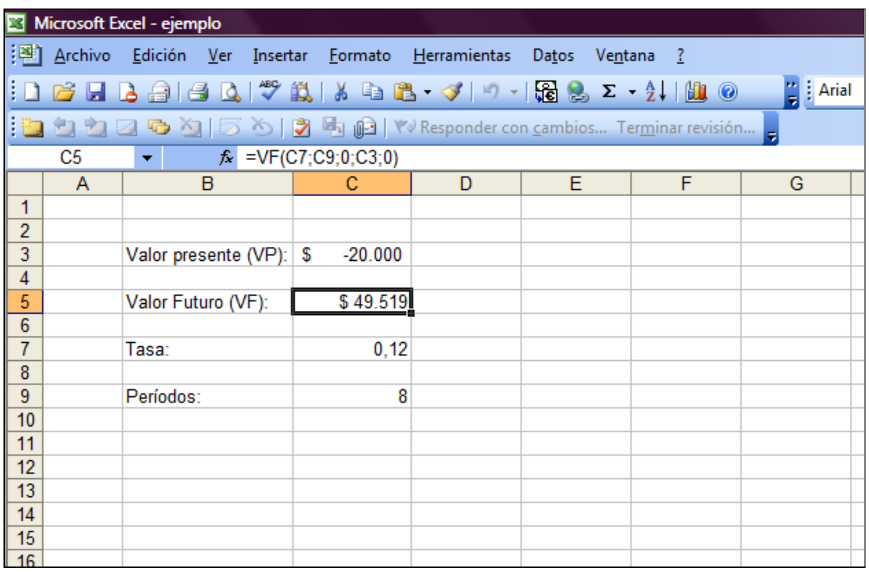

Gráfico 2.2

Permitiéndonos acercar una definición del valor presente (VP), diremos que, es el valor presente de una futura cantidad de dinero, o una serie de pagos, evaluados a una tasa de interés dada. Donde de manera similar para el VF denominaremos al FIVP, al factor a aplicar al VF para llevarlo a valor presente, para una tasa y período determinado.

$$FIVP = 1 / (1+ i)^n \qquad (2.10)$$

Tasas de interés

Tasa Nominal (J)

Es la tasa promedio que paga un instrumento durante un plazo determinado, y es independiente de la inflación. La Tasa nominal anual (que los bancos suelen presentar indicando la tasa del préstamo o los negocios que venden a cuota) o TNA no considera la capitalización de los intereses.

Tasa de Interés Efectiva (i)

Es la tasa que efectivamente actúa sobre el capital de una operación financiera. Se calcula con base en la tasa nominal, considerando la capitalización de los intereses.

La relación que existe para el mismo período entre la J y la i es:

$$i(w) = (1 + J(t) * t/ut)^{w/t} - 1 \qquad (2.11)$$

En donde:

i = tasa efectiva.
J = tasa nominal.
t = período en días de capitalización.
w = días en que esta expresada la tasa efectiva.
ut: unidad de tiempo. Cantidad de días para el año (365, año 360, cantidad exacta de días del año en curso).

El siguiente cuadro muestra las relaciones de equivalencias entre las tasas nominales y efectivas:

Partiendo de una tasa efectiva (i) en un período dado (t) se muestran las fórmulas para sacar las tasas equivalentes: efectiva (i) en el período (w) y la tasa nominal (J) en el período de capitalización (w).

Incógnitas → **Partiendo de una tasa efectiva**	i (w)	J (w)
i (t)	$[1+i(t)]^{w/t} - 1$	$\{[1+i(t)]^{w/t} - 1\}*ut/w$

Tabla 2.2

En este otro cuadro se parte de tener una tasa nominal (J) capitalizable en el período (t) y se muestran las fórmulas para obtener la tasa efectiva equivalente (i) en el período (w) como la tasa nominal (J) en el período de capitalización (w).

Incógnitas → **Partiendo de una tasa nominal**	i (w)	J (w)
J (t)	$[1+J(t)*t/ut]^{w/t} - 1$	$\{[1+J(t)*t/ut]^{w/t} - 1\}*ut/w$

Tabla 2.3

Veamos un ejemplo de conversión de tasas:

Ejercicio 2.2

Un banco emite un préstamo por $100.000 para la compra de un servidor de datos, para el manejo de las comunicaciones vía Internet de una compañía. La TNA que propone es del 18% con períodos de capitalización de los intereses, mensuales. Determinar la TEA del préstamo.

Respuesta:

Podemos encararlo de dos maneras, una aplicando 2.11 donde tendremos:

$t = 30$
$J(30) = 0{,}18$
$ut = 360$
$w = 360$

$$i(360) = ((1 + 0{,}18 * 30/360)^{360/30} - 1) * 100 = \mathbf{19{,}56\%}$$

La otra, aplicando la fórmula de VF (2.7), obteniendo el valor y restándole el VP y luego dividiéndolo por el VP; así, se tendría la tasa que se le aplicó a los montos.

Primero, convierto la tasa anual a mensual dividiéndola por la cantidad de meses (esto solo porque el ut es 360, piénselo i!), luego aplico (2.7).

$$VF = \$100.000 * (1+0{,}015)^{12} = \$119.561{,}81$$

$$Ie = \frac{\$119.561{,}81 - \$100.000}{\$100.000} = 0{,}1956 = \mathbf{19{,}56\%}$$

El ejercicio 2.3 nos muestra cuatro (4) inversiones con diferentes períodos de capitalización:

Ejercicio 2.3

Opción	Capital Invertido	Plazo de la inversión	Tasa de interés anual	Período de capitalización
1	$1000	1 año	24%	Anual
2	$1000	1 año	24%	Trimestral
3	$1000	1 año	24%	Mensual
4	$1000	1 año	24%	Diaria

Tabla 2.4

Para determinar cuál de ellos es el más conveniente, deberemos aplicar los cálculos para determinarlo y ahí veremos qué es capitalizar los intereses en distintos períodos.

Respuesta:

Para la primera opción, el período de capitalización coincide con el período de la tasa de interés, por lo que aplicaremos directamente la fórmula de interés simple:

$$\text{Monto } O_1 = \$1000 + (\$1000*0{,}24*1) = \$\mathbf{1240}$$

O según tabla 2.1 aplico conversión de tasas y luego obtengo el monto. En este caso la efectiva anual es igual a la nominal por capitalizar en igual período.

$$i(360) = (\,(\,1+ 0{,}24 * 360/360)^{360/360} - 1) = 0.24$$

Para el caso de la opción 2 el interés es anual pero la capitalización es trimestral, por lo cual:

$$i(360) = (\,(\,1+ 0{,}24 * 90/360)^{360/90} - 1) = 0{,}26247$$

$$\text{Monto } O_2 = \$1000 * (1 + 0.26247)^1 = \$\mathbf{1262.47}$$

La opción tres lleva capitalización mensual para la misma tasa anual, por lo cual, procedemos de manera similar que en la opción 2.

$$i(360) = (\,(\,1+ 0{,}24 * 30/360)^{360/30} - 1) = 0.26824$$

$$\text{Monto } O_3 = \$1000 * (1 + 0.26824)^1 = \mathbf{\$1268.24}$$

Por último, la capitalización diaria implica:

$$i(360) = (\,(\,1+ 0{,}24 * 1/360)^{360/1} - 1) = 0.27115$$

$$\text{Monto } O_4 = \$1000 * (1 + 0.27115)^1 = \mathbf{\$1271{,}14}$$

Como conclusión, podemos decir que la mejor opción es la **cuarta**, donde el período de capitalización es diario. Como regla, debemos saber que ***a igual Tasa Nominal, a mayor cantidad de períodos de capitalización, tendremos una mayor tasa efectiva.***

Ejercicio 2.4

Calcularemos la cantidad de dinero que debemos depositar en el banco, si se quiere tener dentro de 5 años $100.000. El banco le paga una tasa de 10% anual por su dinero.

Lo que tendremos que hacer es calcular el valor presente de los $100.000 a una tasa del 10% anual durante 5 años de capitalización.

$$P = \$\ 100.000 * (1+0,10)^{-5} = \$\ 62.092,13$$

Con esto, concluimos que deberían depositarse $ 62.092,13 durante 5 años a una tasa del 10% anual para lograr $100.000 el 5to año.

Para el caso que se quiera saber cuánto valdrían $10.000 de hoy dentro de 2 años, a una tasa del 10% anual.

$$F = \$10.000 * (1+0,10)^{2} = \$\ 12.100$$

Dentro de 2 años, el valor de $10.000 será de $12.100 a una tasa de valor del dinero del 10% anual.

Ahora presentaremos otros conceptos financieros, que luego utilizaremos, para distintos momentos de la evaluación económica.

Realizar los Ejercicios propuestos en la Guía al final del libro.

Complemento de Matemática Financiera
Anualidad

Una **anualidad** es la sucesión de pagos periódicos iguales, en cada período de pago durante un plazo determinado.

Una cantidad presente de dinero, sometida a una tasa de interés durante varios períodos, puede generar una serie de pagos uniformes, por ejemplo la amortización de una deuda.

Amortizar una deuda es el proceso de cancelar la misma y sus intereses por medio de pagos periódicos.

Son ejemplos de uso de la anualidad: los dividendos sobre acciones, los fondos de amortización, los pagos a plazo, sueldos y todo tipo de rentas.

Al valor de cada período se lo conoce como **renta**; el período de pago es el tiempo que se fija entre dos pagos sucesivos y el tiempo o plazo de una anualidad es el período durante el cual se realizarán los pagos.

Clasificación

Existen numerosos criterios para clasificar las anualidades. Veamos algunos de ellos:

- **De acuerdo a la duración.**
    - *Anualidad temporaria:* con duración limitada.
    - *Anualidad perpetua:* con duración ilimitada.

- **De acuerdo al momento en que opera el vencimiento de cada cuota.**
    - *Anualidad vencida (u ordinaria):* las cuotas vencen al finalizar cada período.
    - *Anualidad adelantada:* las cuotas vencen al inicio de cada periodo.

- **De acuerdo a la relación entre el momento de valuación y el comienzo de la anualidad.**
    - *Anualidad inmediata:* son coincidentes.
    - *Anualidad diferida:* el momento de valuación es anterior al comienzo de la anualidad.
    - *Anualidad anticipada:* el momento de valuación es posterior al comienzo de la anualidad.

Las **anualidades inmediatas o simples** son aquellas cuyo período de pago coincide con el período de capitalización; éstas son las que más se utilizan.

El **valor presente (VP)** de una anualidad se obtiene sumando los valores presentes de todas y cada una de las rentas que la componen. Representa el valor que se debe de pagar hoy para tener derecho a la sucesión de pagos futuros de la anualidad, o bien, el valor de un activo o de un bien que recibimos hoy y que deberemos pagar con las rentas de la anualidad. El valor presente de la anualidad es menor a la suma de todas las rentas a valor nominal, ya que en ellas se encuentra incorporado el interés que se origina al transcurrir el tiempo.

El **valor final (VF)** de una anualidad se obtiene sumando los valores finales de todas y cada una de las rentas que la componen. Representa el valor que se ha logrado reunir con las cuotas ahorradas o el valor de un activo o de un bien que recibimos al finalizar la cancelación de as rentas de la anualidad. El valor final de la anualidad es mayor a la suma de todas las rentas a valor nominal, ya que ellas generan intereses en el transcurso del tiempo.

Los valores presente y futuro de una anualidad se pueden expresar de la siguiente manera:

Valor Presente: $VP_{(1\,;\,n\,;\,i)}$

Valor Final: $VF_{(1\,;\,n\,;\,i)}$

La identificación de la anualidad o renta esta dada por una terna, donde el primer valor indicará: uno, si la anualidad es vencida o cero si es adelantada. El segundo valor (n) es la cantidad de períodos que dura la anualidad y el tercero (i) es la tasa efectiva de interés de la anualidad.

Veamos como se calcula la anualidad para cada caso. Comencemos con la

Anualidad temporaria vencida

Para valuar la renta en valor presente debemos traer los flujos R (renta) a valor presente, como lo muestra el gráfico.

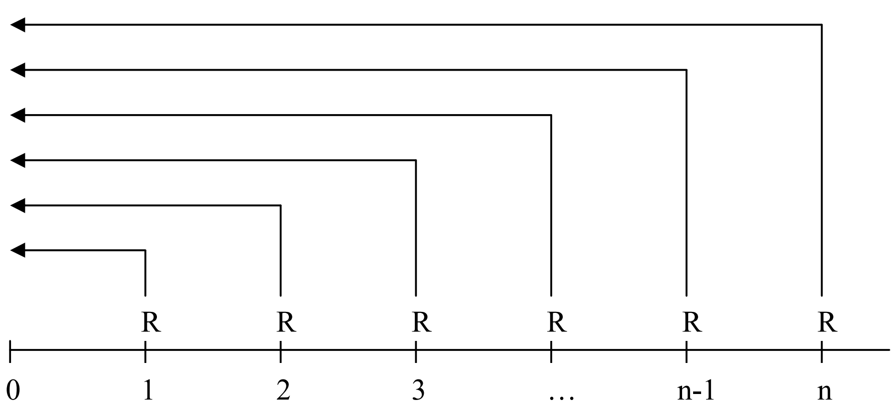

Gráfico 2.2

Expresamos el valor presente de cada flujo y lo sumamos

$$VP_{(1;n;i)} = R(1+i)^{-1} + R(1+i)^{-2} + R(1+i)^{-3} + \ldots + R(1+i)^{-(n-1)} + R(1+i)^{-n}$$

Como es período vencido la valuación la primera renta es en el momento 1

Si sacamos la Renta R como factor común nos queda:

$$VP_{(1;n;i)} = R\left[(1+i)^{-1} + (1+i)^{-2} + (1+i)^{-3} + \ldots + (1+i)^{-(n-1)} + (1+i)^{-n}\right] \quad (2.12)$$

Entre paréntesis nos queda una serie geométrica de razón (q) = $(1+i)^{-1}$, por lo que podemos utilizar la fórmula para la suma de una serie geométrica

$$a_1 \frac{1-q^n}{1-q}$$

El primer término de la serie (a_1) es $(1+i)^{-1}$. Reemplazando los valores en la suma nos queda:

$$\text{VP AT} = (1+i)^{-1} \frac{1-(1+i)^{-n}}{1-(1+i)} = \frac{1}{1+i} \cdot \frac{1-(1+i)^{-n}}{1-\left(\frac{1}{1+i}\right)}$$

Operando y ordenando términos nos queda:

$$\frac{1}{1+i} \cdot \frac{1-(1+i)^{-n}}{\frac{1+i-1}{1+i}}$$

$$VP_{(1,n,i)} = \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \quad (2.13)$$

dónde:

VP (1 ,n ,i) = monto presente de una anualidad.
R = renta
i = tasa de interés por período de capitalización.
n = período de capitalización.

También podemos valuar la renta a valor futuro.

Para ello comenzaremos con el gráfico de valuación a futuro:

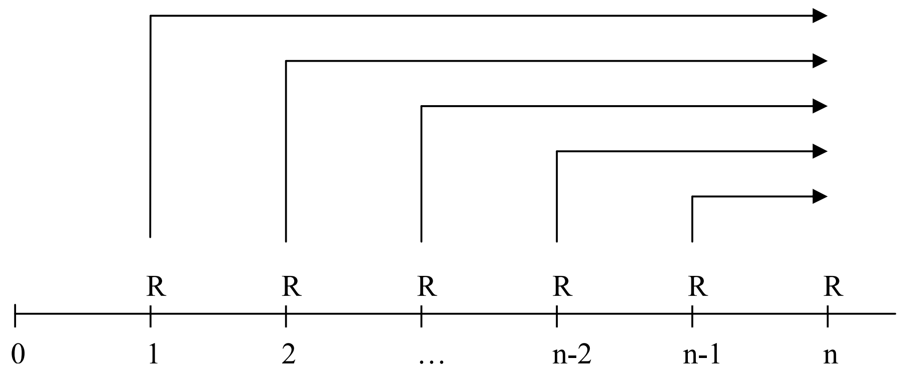

Gráfico 2.3

El valor final de una anualidad temporaria vencida se obtiene sumando el valor final de todas las rentas que la componen:

$$VF_{(1;n;i)} = R + R(1+i) + R(1+i)^2 + \ldots + R(1+i)^{(n-2)} + R(1+i)^{(n-1)}$$

$$VF_{(1;n;i)} = R\left[1 + (1+i) + R(1+i)^2 + \ldots + R(1+i)^{(n-2)} + R(1+i)^{(n-1)}\right] \quad (2.14)$$

Acá tendremos nuevamente entre corchetes una sucesión geométrica de razón (q) 1+i con un primer término (a1) = 1.

La suma de esta serie es:

$$a_1 \frac{1-q^n}{1-q}$$

Reemplazamos con los valores de la sucesión:

$$1 \cdot \frac{1-(1+i)^n}{1-(1+i)} = \frac{1-(1+i)^n}{1-1-i}$$

Operando y ordenando términos

$$\frac{(1+i)^n - 1}{i} \quad (2.15)$$

Reemplazamos (2.15) en (2.14):

$$VF_{(1;n;i)} = R \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i} \tag{2.16}$$

Nos queda la valuación a valor futuro de una anualidad temporal vencida.

Anualidad temporaria adelantada

Ahora veremos las anualidades donde la cuota de la renta es adelantada. Primero calcularemos el valor presente, partiendo del valor presente de la anualidad temporaria vencida (2.13)

$$VP_{(1;n:i)} = R\,\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

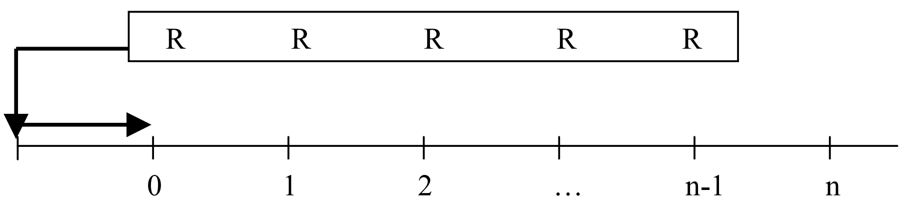

Gráfico 2.4

No obstante, esto calcula el valor de la anualidad un período antes como lo muestra el gráfico 2.4. Si capitalizamos por un período más obtenemos la fórmula para la anualidad adelantada:

$$VP_{(0;n;i)} = R\,\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \cdot (1+i) \tag{2.17}$$

Con la misma lógica calcularemos el valor futuro de una renta adelantada. Partimos del valor futuro de una vencida y podemos ver en el gráfico 2.5 que debemos capitalizar un período más:

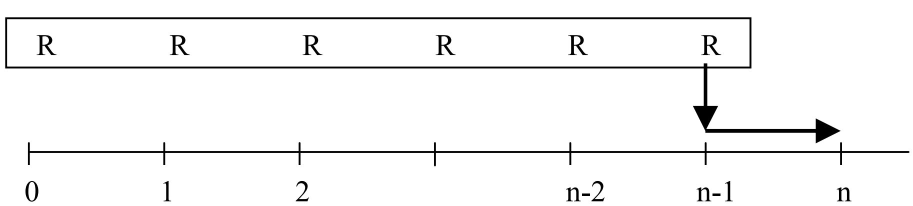

Gráfico 2.5

$$VF_{(0;n;i)} = R \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i} \cdot (1+i) \qquad (2.19)$$

$$VF_{(0;n;i)} = R \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i} \cdot (1+i)$$

Anualidad o renta perpetua vencida

La **renta perpetua** es una serie de pagos uniformes cuyo plazo no tiene fin. En los negocios es frecuente que ciertas rentas se paguen indefinidamente. La renta de un terreno, los dividendos sobre acciones preferentes, los ahorros perpetuos sobre los salarios de un personal indemnizado.

Para calcular el valor presente de una renta perpetua, partimos de una renta temporal vencida que su período n tiende a infinito.

$$VP_{(1,\infty;i)} = \lim_{n \to \infty} \left[R \, \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \right] = R \cdot \lim_{n \to \infty} \left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \right] = R \cdot \frac{1}{i}$$

En donde:

R= renta o anualidad.
i= tasa de interés por período de capitalización.

Otro tema importante, es el de definir los diferentes intereses y sus conversiones, recordando que ***si nos manejamos en períodos mensuales la tasa debe ser mensual, mientras que, si los períodos son anuales su tasa de descuento es anual.***

Cuando realizamos una inversión o solicitamos un préstamo, generalmente, nos preocupamos por el monto inicial de dinero, el plazo y su tasa de interés, sin embargo, no debemos olvidarnos del período de capitalización que nos permitirá ganar más intereses o pagar más (en este caso, negociaremos para que se capitalice ¡¡¡la menor cantidad de veces!!!).

Ya vimos en el Ejemplo 2.3 que a mayor frecuencia de capitalización mayor es el tiempo que los intereses generados pasan a formar parte del capital y así se generan también más intereses.

Todos estos conceptos de matemática financiera vistos hasta aquí nos permitirán introducirnos en los criterios de evaluación (herramientas de análisis y decisiones de inversiones). Para ello, comenzaremos con el concepto de decisiones de inversión.

Referencias Bibliográficas

- Keown, Petty, Scott & Martin. "Introducción a las Finanzas". Editorial Prentice Hall. Segunda Edición. 1999.

- Dr. Guillermo López Dumrauf. "Cálculo Financiero Aplicado". Editorial La Ley. Primera edición 2003.

- Dr. Carlos J. Cuniolo. F.C.E. "Cálculo Financiero".

- Enrique Vila-Matas. Dietario Voluble. Editorial Anagrama, 2008